

# 基于信息总不确定度的冲突证据组合修正方法

刘哲席<sup>①②</sup> 阳建宏<sup>\*①</sup> 杨德斌<sup>①</sup> 黎 敏<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(北京科技大学机械工程学院 北京 100083)

<sup>②</sup>(朝鲜平壤铁路大学机械工程学院 平壤 999093)

**摘要:**现有的冲突证据组合修正方法仅从证据距离、模糊度等描述信息不确定性的几个方面对证据体的基本概率分配函数进行修正,对证据的关联性考虑不够充分。该文提出基于信息总不确定度的冲突证据组合修正新方法。该文在笛卡尔乘积的基础上定义提出组合总不确定度的概念,并给出根据融合前各证据体总不确定度预测融合后证据体组合总不确定度值域的方法。对冲突证据,利用各证据体总不确定度与组合总不确定度的比值,求出对证据基本概率分配函数的修正权重,再根据Dempster规则进行加权平均组合。信息融合的算例分析结果表明,与现有方法相比,该方法融合结果的总不确定度更小,更有利融合结果的后续决策分析与数据应用。

**关键词:**信息融合;总不确定度;冲突证据

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)12-2909-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2014.00039

## Combination of Conflicting Evidence by Using the Total Uncertainty Degree of Information

Liu Zhe-xi<sup>①②</sup> Yang Jian-hong<sup>①</sup> Yang De-bin<sup>①</sup> Li Min<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

<sup>②</sup>(School of Mechanical Engineering, University of Railway Pyongyang, Pyongyang 999093, DPR of Korea)

**Abstract:** The common way of conflicting evidence combination is to modify the basic probability mass assignment of evidence bodies by a certain indicator which can reflect or describe the information uncertainty of the conflicting evidence. In existing conflicting evidence combination methods, indicators such as the distance of evidence and ambiguity are used. However, these indicators reflect only one or several aspects of the characteristics of the conflicting information uncertainty. A novel method of conflicting evidence combination is proposed based on the total uncertainty degree of information. The concept of combined total uncertainty of information is defined based on Cartesian product. An approach of predicting the range of fused information's combined total uncertainty degree by the total uncertainty degree of each body of evidence before information fusion is also presented. Weights for each evidence body are obtained according to the total uncertainty degree of each evidence body and the combined total uncertainty on their Cartesian product. Then, the bodies of conflicting evidence are combined by the weighted average according to Dempster's rule. Results of numerical examples of information fusion show that, compared with the existing approaches, the total uncertainty degree of the combined information obtained by the proposed method is smaller, which means the combined information is more helpful to subsequent decision analysis and data applications.

**Key words:** Information fusion; Total uncertainty degree; Conflicting evidence

## 1 引言

Dempster-Shafer证据理论为不确定性信息的表达和融合提供了强有力的工具,在信息融合、模式识别及故障诊断等领域得到了广泛应用。但是由

于环境的复杂性,传感器或观测者本身的局限性,信息获取技术或方法的不完善性等因素,已获得的信息中存在多种不确定性,而存在信息之间的冲突<sup>[1,2]</sup>。在处理包含各种不确定的冲突信息时,Dempster组合规则存在较大的局限性。为了解决冲突证据的组合问题,文献[3-6]分别针对证据理论的框架本身进行了修改,能有效地解决多种高冲突证据组合问题。但有些对证据组合的修正方法往往会影响Dempster规则优良的交换律或结合律。

2014-01-06 收到, 2014-04-11 改回

国家自然科学基金(50905013, 51211130114)和中央高校基本科研业务费专项资金(FRF-TP-09-014A)资助课题

\*通信作者: 阳建宏 yangjianhong@me.ustb.edu.cn

Murphy<sup>[7]</sup>提出了一种将证据的基本概率分配值进行平均后用Dempster规则进行融合的方法。该方法可以解决冲突证据的组合问题,但该方法没考虑到各证据或证据体之间的关联性,只是把多组证据进行简单平均,因而若待融合的信息中存在一些偏差很大的证据体,则会对整个融合过程产生破坏性影响。

文献[8-14]分别在Murphy方法的基础上提出了一些改进方法,利用证据之间的距离函数、各证据体的非特异性函数、不一致性函数及模糊性函数等证据不确定性评价参数来对Dempster融合规则进行修正。这些方法从不确定性参数的角度考虑了各证据之间的相关性,比Murphy方法可以得到更合理的融合结果,但由于这些方法所采用的不确定性参数只能反映证据间相关性的一个或某几个方面,未能综合反映各证据间的所有不确定性程度,因而在实际应用中仍然存在一定的局限性。因此,若要对冲突证据组合规则进行有效修正,就必须寻找一个能够充分考虑冲突证据间的相关性,且可以对冲突证据的信息不确定性程度进行综合评价的参数。

信息不确定性的研究都是基于哈特利函数(Hartley function)的,而用香农熵(Shannon entropy)来描述信息的各种不确定性<sup>[15-18]</sup>。Dubois等人<sup>[15]</sup>研究了信息不确定性的表示方法,提出了证据体的不一致性函数、非精确及混乱函数。Jousselme等人<sup>[16]</sup>研究分析了证据体的聚合不确定度、模糊测度(ambiguity measure)和Pignistic概率分布函数等证据信息的不确定性。但上述研究结果只是从证据间关联性的某个或某些方面对证据的不确定性程度进行了描述,未能表征证据体的总体不确定性程度。Klir等人<sup>[17,18]</sup>提出了一种证据总不确定度的表示方法,综合考虑了证据间的关联性,在一个参数中可以综合有效地描述非特异性、不一致性、混乱、非精确、模糊测度等证据的各种不确定度。但是对证据融合而言,由于证据总不确定度的计算结果是在证据融合之后才能得到,因此,将总不确定度用于冲突证据组合规则的修正,必须研究如何根据融合之前各证据体的信息不确定度计算或预测出融合之后证据体的总不确定度。

本文针对冲突证据的组合问题,首先提出了如何根据融合前各证据体总信息不确定度表征在笛卡尔乘积上融合后证据体总不确定度的方法,并从理论中给出了融合后总信息不确定度值域的分析方法,进而提出基于证据体各总不确定度修正待组合的证据体并进行信息融合的新方法。论文中给出了关键结论的理论证明与推导,并利用冲突证据融合的普遍算例对本文方法进行了验证,结果表明,与现有方法相比本文方

法的融合结果具有更小的信息不确定度,因而更有利与融合后证据体的数据应用。

## 2 DS(Dempster-Shafer)证据理论及信息不确定性

设 $\Theta_1$ 和 $\Theta_2$ 为两个识别框架, $2^{\Theta_1}$ , $2^{\Theta_2}$ 就是集合 $\Theta_1$ 和 $\Theta_2$ 的幂集。那么,证据体可表示为

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \left\{ A_i \mid A_i \in 2^{\Theta_1}; m_{\Theta_1}(A_i) \geq 0, \forall x \in \Theta_1 \right\} \\ F_2 &= \left\{ B_j \mid B_j \in 2^{\Theta_2}; m_{\Theta_2}(B_j) \geq 0, \forall y \in \Theta_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $m$ 称为质量函数(或基本概率分配函数Basic Probability Assignment, BPA)。Dempster组合规则表示为

$$m(R) = \frac{\sum_{\forall A_i \in F_1, \forall B_j \in F_2 | A_i \cap B_j = R} m(A_i)m(B_j)}{1 - \sum_{\forall A_i \in F_1, \forall B_j \in F_2 | A_i \cap B_j = \emptyset} m(A_i)m(B_j)} \quad (2)$$

其中: $A_i$ , $B_j$ 分别为 $2^{\Theta_1}$ 和 $2^{\Theta_2}$ 上的子集(也分别称证据体 $F_1$ 中的证据、证据体 $F_2$ 中的证据)。此时, $A_i$ 为 $A_1 = \{x_1\}$ , $A_2 = \{x_2\}$ , $\cdots$ , $A_i = \{x_1, x_2\}$ , $\cdots$ , $A_l = \{\Theta_1\}$ , $I$ 为 $I = 2^{|\Theta_1|-1}$ ; $B_j$ 为 $B_1 = \{y_1\}$ , $B_2 = \{y_2\}$ , $\cdots$ , $B_j = \{y_1, y_2\}$ , $\cdots$ , $B_J = \{\Theta_2\}$ , $J$ 为 $J = 2^{|\Theta_2|-1}$ 。在证据 $A_i$ , $B_j$ 中由任意一个识别元素组成的子集(例如 $A_1$ , $B_1$ 等)称为单点子集(或单点证据)。集合 $\Theta_1$ 和 $\Theta_2$ 中子集 $A$ 和子集 $B$ 在笛卡尔乘积 $\Theta_1 \times \Theta_2$ 上的信息质量函数 $m$ 、集合的势,分别表示为

$$m(A_i \times B_j) = m_{\Theta_1}(A_i) \cdot m_{\Theta_2}(B_j) \quad (3)$$

$$|A_i \times B_j| = |A_i| \cdot |B_j| \quad (4)$$

其中, $|A_i|$ 和 $|B_j|$ 为子集 $A_i$ 和 $B_j$ 的势<sup>[16]</sup>。在集合 $\Theta_1$ 和 $\Theta_2$ 上证据的质量函数可以表示为

$$m_{\Theta_1}(A_i) = \sum_{R|R_x = A_i} m(R), \quad m_{\Theta_2}(B_j) = \sum_{R|R_y = B_j} m(R) \quad (5)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \{x \in \Theta_1 \mid (x, y) \in R, \forall y \in \Theta_2\} \\ R_y &= \{y \in \Theta_2 \mid (x, y) \in R, \forall x \in \Theta_1\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中, $\forall R \neq A_i \times B_j$ 时, $m(R) = 0$ 。

文献[17]提出了在证据理论中证据体的非特异性函数N(Non-specificity)、冲突函数S(Stride)函数和NS(Non-specificity-Stride)函数。其定义和特性简述如下。

设有识别框架 $\Theta$ 上的一个证据体 $F$ ,证据体 $F$ 的非特异性函数N(Non-specificity),则

$$N(m) = \sum_{A_i \in F} m(A_i) \log_2 |A_i| \quad (7)$$

$$S(m) = - \sum_{A_i \in F} m(A_i) \log_2 \sum_{A_k \in F} m(A_k) \frac{|A_i \cap A_k|}{|A_i|} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{NS}(m) &= N(m) + S(m) \\ &= \sum_{A_i \in F} m(A_i) \log_2 \frac{|A_i|^2}{\sum_{A_k \in F} m(A_k) |A_i \cap A_k|} \quad (9) \end{aligned}$$

其中,  $|A_i|$  为各子集  $A_i$  的势,  $\forall A_i, A_k \in F$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, I$ , 各函数的值域为  $[0, \log_2 |\Theta|]$ 。上述的总不确定度 NS 充分考虑了证据体之间的关联性, 可以有效地描述证据的非特异性、不一致性、混乱及冲突等证据的不确定性程度, 而可以满足集合的一致性 (set consistency) 和不确定性测度函数的范围 (应为  $[0, \log_2 |\Theta|]$ )。因此, 利用总不确定度对证据的基本概率分配函数进行修正, 可以有望更好地对冲突证据进行融合。然而, 融合后证据体的总不确定度必须在融合之后才能根据式(12)得到, 即在对证据体基本概率分配函数修正时还无法用到融合后证据体的总不确定度。因此, 需要研究一种根据融合之前证据体的总不确定度计算或预测融合后总不确定度范围的方法, 即总不确定度的组合方法。

### 3 总不确定度的组合方法

设  $m_{\Theta_1 \times \Theta_2}$  为在笛卡尔乘积  $\Theta_1 \times \Theta_2$  上定义的质量函数, 且  $m_{\Theta_1}$  和  $m_{\Theta_2}$  为非交互的。两个证据体在笛卡尔乘积上的非特异性函数为

$$N(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = N(m_{\Theta_1}) + N(m_{\Theta_2}) \quad (10)$$

组合非特异性函数  $N(m)$  的值域为  $[0, \log_2 nn']$ , 其中  $n = |\Theta_1|$ ,  $n' = |\Theta_2|$ <sup>[15-18]</sup>。

由式(8), 证据体  $F_1$  和证据体  $F_2$  的不确定性函数  $S$  分别表示为

$$\left. \begin{aligned} S(m_{\Theta_1}) &= - \sum_{A_i \in F_1} m(A_i) \log_2 f(A_i) \\ S(m_{\Theta_2}) &= - \sum_{B_j \in F_2} m(B_j) \log_2 f(B_j) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中,  $A_i$  为在证据体  $F_1$  中的焦点证据,  $B_j$  为在证据体  $F_2$  中的焦点证据,  $f(A_i)$ ,  $f(B_j)$  分别表示为

$$\left. \begin{aligned} f(A_i) &= \sum_{A_k \in F_1} m(A_k) \frac{|A_i \cap A_k|}{|A_i|} \\ f(B_j) &= \sum_{B_l \in F_2} m(B_l) \frac{|B_j \cap B_l|}{|B_j|} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

**引理 1** 设  $m_{\Theta_1 \times \Theta_2}$  为在笛卡尔乘积  $\Theta_1 \times \Theta_2$  上定义的质量函数, 且  $m_{\Theta_1}$  和  $m_{\Theta_2}$  为非交互的, 则

$$S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = S(m_{\Theta_1}) + S(m_{\Theta_2}) \quad (13)$$

$S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$  称为组合冲突函数, 其值域为  $[0, \log_2 nn']$ 。

**证明** 由式(8)和式(11), 对于笛卡尔乘积  $\Theta_1 \times \Theta_2$ , 它的冲突函数表示为

$$S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = - \sum_{A_i \in F_1, B_j \in F_2} m(A_i \times B_j) \log_2 f(A_i \times B_j) \quad (14)$$

式(12)中, 将证据体  $F_1$  中由焦点证据  $A_i$  与相应证据  $A_k$  的交集  $A_i \cap A_k$  组成的集合表示为  $A$ ,  $A \in F_1$ ; 将证据体  $F_2$  中由焦点证据  $B_j$  与相应证据  $B_l$  的交集  $B_j \cap B_l$  组成的集表示为  $B$ , 此时  $B$  为  $B \in F_2$ 。由式(3)和式(4), 式(12), 得

$$\begin{aligned} f(A_i \times B_j) &= \sum_{\substack{A_i \in F_1, \\ B_j \in F_2}} m(A_i \times B_j) \frac{|A \times B|}{|A_i \times B_j|} \\ &= \sum_{\substack{A_i \in F_1, \\ B_j \in F_2}} m(A_i) m(B_j) \frac{|A| |B|}{|A_i| |B_j|} \\ &= f(A_i) f(B_j) \end{aligned} \quad (15)$$

从此,

$$\begin{aligned} S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) &= - \sum_{A_i \in F_1, B_j \in F_2} m(A_i \times B_j) \log_2 f(A_i \times B_j) \\ &= - \sum_{A_i \in F_1, B_j \in F_2} m(A_i) \cdot m(B_j) \log_2 [f(A_i) \cdot f(B_j)] \\ &= S(m_{\Theta_1}) + S(m_{\Theta_2}) \end{aligned} \quad (16)$$

对于每个证据体的任意单点证据, 它的质量函数为  $m_{\Theta_1}(\{x\}) = 1$ ,  $m_{\Theta_2}(\{y\}) = 1$ , 则组合冲突函数  $S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$  为 0。若每个证据体的各单点证据的质量函数分别为  $m_{\Theta_1}(\{x_i\}) = 1/|\Theta_1|$ ,  $m_{\Theta_2}(\{y_j\}) = 1/|\Theta_2|$  时, 由式(15)和式(16), 即:  $S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = \log_2 |\Theta_1| |\Theta_2| = \log_2 nn'$ 。其中, 若  $n = n'$ , 可得  $S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = 2 \log_2 n$ 。证毕

**定义** 设有  $NS(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$  为在笛卡尔乘积  $\Theta_1 \times \Theta_2$  上信息的总不确定度, 它满足式(17)。

$$NS(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) = NS(m_{\Theta_1}) + NS(m_{\Theta_2}) \quad (17)$$

其中,  $NS(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$  称组合总不确定度, 可简单表示为  $NS_{\text{com}}$ 。

组合不确定度的值域为  $[0, \log_2 nn']$ 。即: 各证据体的非特异性为 0, 而且每个证据体任何证据的质量函数为 1 时  $NS_{\text{com}}$  最小。由于两种状况: 每个证据体只包括子集  $\{\Theta_1\}$  和  $\{\Theta_2\}$ , 且  $m\{\Theta_1\}$  和  $m\{\Theta_2\}$  为 1; 各证据体的非特异性为 0, 而各识别框架每个元素的质量函数  $1/n$  及  $1/n'$  时, 组合总不确定度最大。

**引理 2** 假设有完成信息融合后的证据体, 而其的总不确定度为  $NS_m$ 。 $NS_m$  与组合总不确定度之间的关系满足式(18)。

$$NS_m \leq NS_{\text{com}} = NS(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) \quad (18)$$

其中,  $NS_m = N_m + S_m$ 。 $N_m$ ,  $S_m$  为融合后证据体的非

特异性函数和冲突函数, 由式(7)和式(8)可以求得。

证明: 从引理和式(3)~式(6), 即

$$\begin{aligned} N(m_{\Theta_1}) &= \sum_{A \in F_1} \left\{ \left[ \sum_{R | R_x = A} m(R) \right] \log_2 |A| \right\} \\ &= \sum_{A \in F_1} \left\{ \left[ \sum_{R | R_x = A} m(R) \right] \log_2 |R_x| \right\} \\ &= \sum_R m(R) \log_2 |R_x| \end{aligned}$$

同样  $N(m_{\Theta_2})$  为  $N(m_{\Theta_2}) = \sum_R m(R) \log_2 |R_y|$ 。因此,

$$\begin{aligned} N(m_{\Theta_1 \times \Theta_2}) &= N(m_{\Theta_1}) + N(m_{\Theta_2}) \\ &= \sum_R m(R) \log_2 (|R_x| \cdot |R_y|) \end{aligned}$$

另外对融合后信息的非特异性函数  $N_m$ , 则  $N_m(R) = \sum_R m(R) \log_2 |R|$ , 其中,  $|R| \leq |R_x| \cdot |R_y|$ 。从而,  $N_m(R) \leq N(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$ 。同样,  $S_m(R) \leq S(m_{\Theta_1 \times \Theta_2})$ 。因此,  $NS_m = N_m + S_m \leq NS_{\text{com}}$ 。  $m_{\Theta_1 \times \Theta_2} = m$  时,  $NS_m = N_m + S_m = NS_{\text{com}}$ 。证毕

分析结果表明, 总不确定度  $NS$  满足不确定度函数的次可加性(subadditivity)和相加性(additivity), 由待组合的多个证据体各总不确定度可描述在笛卡尔乘积上信息的总不确定度和其值域, 而且可以预知融合后信息的不确定性程度和其值域。

#### 4 基于组合总不确定度的冲突证据组合规则

设有几条证据体中证据体  $i$  的总不确定度为  $NS(m_{\Theta_i})$  (或可简单表示为  $NS_i$ ), 在笛卡尔乘积上证据体的组合总不确定度为  $NS_{\text{com}}$ , 即得  $NS_{\text{com}} = \sum_i NS(m_{\Theta_i})$ 。由此可知, 对于在笛卡尔乘积上组合总不确定度  $NS_{\text{com}}$  的平均值, 各证据体的总不确定度  $NS_i$  有不同的权重。证据组合规则和组合总不确定度是针对笛卡尔空间而言的, 而总不确定度是根据证据体各证据的基本概率分配值得出的。从而, 在多源信息融合的应用中若使用各证据体的总不确定度生成权重并基于所获权重修正待组合的证据体之后由其再进行Dempster组合, 融合结果更可靠且有益于冲突问题的解决和决策。

本文在最大熵原理(maximum entropy principle)<sup>[17]</sup>和加权平均方法的基础上, 提出基于组合总不确定度的证据修改及组合方法。本文提出的冲突证据信息融合流程为: (1)由总不确定度求每个证据体的权重, 设有  $K$  个证据体和其各自对应的总不确定度  $NS_i$ , 此时每个证据体对应的权重为

$$\omega_i = e^{-\beta \cdot NS_i} / \sum_{j=1}^K e^{-\beta \cdot NS_j} \quad (19)$$

其中,  $i, j = 1, 2, \dots, K$ ,  $\beta$  为负指数函数的参数; (2)对待组合的证据的加权平均, 则

$$m_{\omega_j}(A) = \sum_{i=1}^K \omega_i \cdot m_i(A) \quad (20)$$

其中,  $j = 1, 2, \dots, K$ 。  $m_{\omega_j}$  是由权重而修正的新证据体,  $m_{\omega_j} \geq 0$ 。(3)利用Dempster规则对证据  $m_{\omega_j}$  进行  $K-1$  次的融合。

上述  $\beta$  值的选取主要依靠经验<sup>[9]</sup>。实际上,  $\beta$  值不同, 融合结果就会不同。从而, 本文提出选取  $\beta$  值的规则: (1)利用  $\beta$  值生成权重并进行融合时, 由  $\beta$  值得到的最后融合结果必须能够解决冲突证据的组合问题; (2)设有根据一个  $\beta$  值得到的最后融合结果为  $F_\beta$ , 证据体  $F_\beta$  的总不确定度为  $NS_\beta$ 。其中,  $K$  为证据体的个数。设存在  $A_1, A_2 \in F_\beta$ , 而  $A_1$  和  $A_2$  的基本概率分配函数表示为

$$\left. \begin{aligned} m(A_1) &= \max \{m(A_i); A_i \in F_\beta\} \\ m(A_2) &= \max \{m(A_i); A_i \in F_\beta, m(A_i) \neq m(A_1)\} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

则  $\beta$  值的选择应满足:  $m(A_1) - m(A_2) > \varepsilon_1$ ;  $NS_\beta > \varepsilon_2$ 。其中,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  是预设的门限值,  $i = 1, 2, \dots, 2^9$ 。

#### 5 应用算例

本节通过几个算例验证提出方法的适用性。

例 1 假设识别框架  $\Theta = \{A, B, C\}$ , 有两条证据体的BPA值表示如下:  $m_1(A) = 0.5$ ,  $m_1(B) = 0.4$ ,  $m_1(\Theta) = 0.1$ ;  $m_2(\{A, B\}) = 0.5$ ,  $m_2(\{A, C\}) = 0.1$ ,  $m_2(\Theta) = 0.4$ 。识别目标为  $A$ 。

计算得总不确定度  $NS_1 = 1.0592$ ,  $NS_2 = 1.5388$ 。按照文献[9]提出的方法求取证据体各自相应的多义度, 分别为:  $AM_1 = 1.0065$ ;  $AM_2 = 0.4188$ 。取  $\beta$  为 10 时依据本文提出的组合方法进行融合的结果为:  $m_{12}(A) = 0.5817$ ,  $m_{12}(B) = 0.3993$ ,  $m_{12}(C) = 0$ ,  $m_{12}(\{A, B\}) = 0.0014$ ,  $m_{12}(\{A, C\}) = 0.0003$ ,  $m_{12}(\{B, C\}) = 0$ ,  $m_{12}(\Theta) = 0.0173$ 。直接使用经典Dempster规则对原始证据体进行融合的结果为:  $m_{12}(A) = 0.5208$ ,  $m_{12}(B) = 0.3750$ ,  $m_{12}(C) = 0$ ,  $m_{12}(\{A, B\}) = 0.0521$ ,  $m_{12}(\{A, C\}) = 0.0104$ ,  $m_{12}(\{B, C\}) = 0$ ,  $m_{12}(\Theta) = 0.0417$ 。依据文献[9]中提出的组合方法进行融合的结果为:  $m_{12}(A) = 0.1023$ ,  $m_{12}(B) = 0.002$ ,  $m_{12}(C) = 0$ ,  $m_{12}(\{A, B\}) = 0.6473$ ,  $m_{12}(\{A, C\}) = 0.0897$ ,  $m_{12}(\{B, C\}) = 0$ ,  $m_{12}(\Theta) = 0.1597$ 。分析结果: 相对于经典Dempster

规则、文献[9]的方法和本文方法, 组合后证据体的总不确定度 $N$ 分别为0.6032, 1.3745, 0.4852, 组合后识别目标 $A$ 的BPA值分别为0.5208, 0.1023, 0.5817, 而且由文献[9]方法进行融合的结果中存在的不确定性子集 $\{A, B\}$ 的BPA值却是最大。按照本文方法进行融合时, 组合后证据体的总不确定度最小。结果表明: 本文方法对本例中不确定性较大的证据体可以更有效融合。

**例2** 现有一种故障诊断系统, 利用4个传感器进行信号采集及诊断和识别任务<sup>[9]</sup>。设辨识框架为 $\Theta=\{A, B, C\}$ 。其中,  $A$ 表示正常,  $B$ 表示异常,  $C$ 表示故障, 真实目标为 $A$ 。4个传感器所获取信息以及证据体表示为

$$\begin{aligned} m_1(A) &= 0.700, \quad m_1(B) = 0.005, \quad m_1(C) = 0.295 \\ m_2(A) &= 0, \quad m_2(B) = 0.400, \quad m_2(C) = 0.600 \\ m_3(A) &= 0.800, \quad m_3(B) = 0, \quad m_3(C) = 0.200 \\ m_4(A) &= 0.750, \quad m_4(B) = 0.010, \quad m_4(C) = 0.240 \end{aligned}$$

从采集数据可见, 证据体因受证据 $m_2$ 的干扰而存在证据之间的冲突。计算得各证据体的总不确定

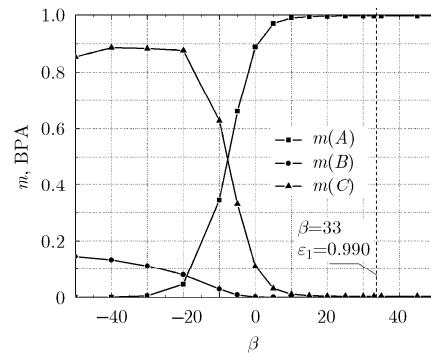


图1 由 $\beta$ 值融合结果的变化曲线

度 $NS_1=0.9180$ ,  $NS_2=0.9710$ ,  $NS_3=0.7219$ ,  $NS_4=0.8719$ 。为选取合当的 $\beta$ 值, 取 $\beta$ 为 $[-50, 50]$ 的整数, 按照提出的组合方法和选取 $\beta$ 值的规则进行分析。不同 $\beta$ 值得到的最后融合结果和其总不确定度的变化曲线如图1和图2所示。

由图1和图2, 取 $\epsilon_1$ 为0.990,  $\epsilon_2$ 为0.038时可得到更快的总不确定度的收敛速度, 因此,  $\beta$ 值为33。通过对比Dempster规则, Murphy规则, 文献[8]的改进方法和文献[9]的修正方法和各自融合后信息的总不确定度来说明本文方法的适用性。计算结果如表1所示。

从表1可见, 基于Murphy规则、文献[8]的改进方法、文献[9]方法和本文方法的信息融合都可以有效抵制证据 $m_2$ 的干扰。目前虽然针对证据组合方法的优劣评价还没有统一的标准, 但信息融合的目的就是得到更真实、更可靠的结果, 而且融合结果往真实目标收敛的速度越快越好, 并且结果的总不确定度越小则越有益于诊断和识别。从上述几个例子的分析结果可知, 本文方法更合理而有效。

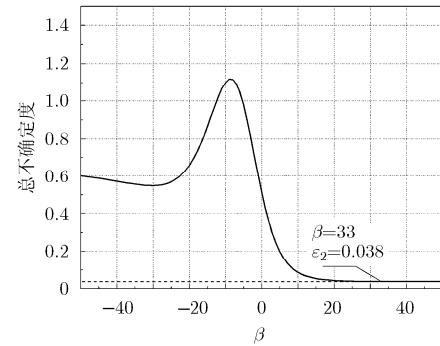


图2 由 $\beta$ 值总不确定度的收敛曲线

表1 证据组合方法的对比

规则类型	Dempster规则	Murphy规则	文献[8]方法	文献[9]方法	本文方法
$m_{12}$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.3360$	$m(A) = 0.3380$	$m(A) = 0.4400$	$m(A) = 0.9408$
	$m(B) = 0.012$	$m(B) = 0.1140$	$m(B) = 0.1130$	$m(B) = 0.0780$	$m(B) = 0$
	$m(C) = 0.988$	$m(C) = 0.5500$	$m(C) = 0.4490$	$m(C) = 0.4820$	$m(C) = 0.0592$
$m_{123}$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.7100$	$m(A) = 0.8501$	$m(A) = 0.9310$	$m(A) = 0.9845$
	$m(B) = 0$	$m(B) = 0.0130$	$m(B) = 0.0031$	$m(B) = 0$	$m(B) = 0$
	$m(C) = 1.000$	$m(C) = 0.2770$	$m(C) = 0.1468$	$m(C) = 0.0690$	$m(C) = 0.0155$
$m_{1234}$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.8890$	$m(A) = 0.9593$	$m(A) = 0.9760$	$m(A) = 0.9961$
	$m(B) = 0$	$m(B) = 0.0010$	$m(B) = 0.0001$	$m(B) = 0$	$m(B) = 0$
	$m(C) = 1.000$	$m(C) = 0.1100$	$m(C) = 0.0406$	$m(C) = 0.0240$	$m(C) = 0.0039$
NS	0	0.5112	0.2470	0.1633	0.0372

## 6 结束语

针对信息各不确定度的组合和冲突证据的组合问题,本文先分析了在证据理论中信息的各不确定性函数和其特性,由此提出了信息在笛卡尔乘积上的组合总不确定度的定义,并给出了通过融合前各证据体总不确定度计算融合后信息总不确定度值域的方法,并提出了使用总不确定度修改证据体并进行信息融合的新方法。算例分析的结果表明,与现有方法相比本文方法融合的结果具有更小的总不确定度,验证了本文方法的理论推导和适用性。

本文研究是在多个证据体各总不确定度可以有效描述证据之间的关联性这一前提下进行的。实际上,获取的信息中可能存在上述总不确定度以外的不确定性问题。统一以及综合描述在信息中存在的不确定性、如何设计算法或规则选取合理的 $\beta$ 参数,也是课题组下一步研究的重要方向。

## 参考文献

[1] Mahler R. Statistical Multisource-multitarget Information Fusion[M]. Boston: Artech House Publishers, 2007: 119–154.

[2] Ferguson L E, Bräten I, and Strømsø H I. Epistemic cognition when students read multiple documents containing conflicting scientific evidence: a think-aloud study[J]. *Learning and Instruction*, 2012, 22(2): 103–120.

[3] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(5): 447–458.

[4] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Sciences*, 1987, 41(2): 93–137.

[5] Smarandache F and Dezert J. Advances and Applications of DSmT for Information Fusion (Collected works), Second Volume: Collected Works[M]. Ann Arbor: Infinite Study, 2006: 89–112.

[6] 李朝真, 程新明, 兰旭辉, 等. 经典 DSmT 证据组合规则的随机集表示[J]. 软件导刊, 2012, 10(11): 45–48.  
Li Chao-zhen, Cheng Xin-ming, Lan Xu-hui, et al. Representation of classic DSmT rule of combination in the random sets formalism[J]. *Software Guide*, 2012, 10(11): 45–48.

[7] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. *Decision Support Systems*, 2000, 29(1): 1–9.

[8] Yong D, Wen K S, Zhen F Z, et al. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. *Decision Support Systems*, 2004, 38(3): 489–493.

[9] 韩德强, 邓勇, 韩崇昭, 等. 利用不确定度的冲突证据组合[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 788–792.  
Han De-qiang, Deng Yong, Han Chong-zhao, et al. Conflicting evidence combination by using uncertainty degree[J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 788–792.

[10] 肖建于, 童敏明, 朱昌杰, 等. 基于 pignistic 概率距离的改进证据组合规则[J]. 上海交通大学学报, 2012, 46(4): 636–641.  
Xiao Jian-yu, Tong Min-ming, Zhu Chang-jie, et al. Improved combination rule of evidence based on Pignistic probability distance[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2012, 46(4): 636–641.

[11] 熊彦铭, 杨战平. 冲突证据组合中的模型修正新方法[J]. 火力与指挥控制, 2012, 37(8): 35–38.  
Xiong Yan-ming and Yang Zhan-ping. Novel model updating method in conflict evidence combination[J]. *Fire Control & Command Control*, 2012, 37(8): 35–38.

[12] 权文, 王晓丹, 史朝辉, 等. 多源不确定信息融合中的冲突证据快速合成方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 333–336.  
Quan Wen, Wang Xiao-dan, Shi Zhao-hui, et al.. Fast combination method of conflict evidences in multi-source uncertain information fusion[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(2): 333–336.

[13] Yang Y, Han D, and Han C. Discounted combination of unreliable evidence using degree of disagreement[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2013, 54(8): 1197–1216.

[14] 张燕君, 龙呈, 李达. 基于冲突表示的冲突证据融合方法[J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(9): 853–858.  
Zhang Yan-jun, Long Cheng, and Li Da. Conflict evidence fusion method based on representation[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2013, 26(9): 853–858.

[15] Dubois D and Prade H. Properties of measures of information in evidence and possibility theories[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 100: 35–49.

[16] Jousselme A L, Liu C, Grenier D, et al.. Measuring ambiguity in the evidence theory[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2006, 36(5): 890–903.

[17] Klir G J and Yuan B. Fuzzy Sets and Fuzzy Logic[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1995: 117–278.

[18] Klir G J and Lewis H W. Remarks on “Measuring ambiguity in the evidence theory”[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2008, 38(4): 995–999.

刘哲席: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为信息融合、不确定性推理、设备故障诊断。

阳建宏: 男, 1978 年生, 博士, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向为设备故障诊断状态评价、多源信息融合。

杨德斌: 男, 1965 年生, 研究员, 博士生导师, 主要研究方向为设备故障诊断状态评价、多源信息融合、不确定性推理。

黎敏: 女, 1980 年生, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为信号处理及模式识别、设备故障诊断状态评价、多源信息融合。